

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)
- (ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = -3 + 3\sqrt{3}i$ i $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$. Predočite te brojeve. (3 boda)
- (iii) Predočite broj z ako je $|z| = 2$ i argument $\varphi = \frac{11\pi}{6}$. (2 boda)
- (iv) Predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. Posebno za brojeve z_1, z_2 iz (ii)! (3 boda)
2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} 3x - y + z &= 0 \\ x + y - z &= 4 \\ 2x - y + 2z &= -2. \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

- (ii) Pokažite da je

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

- (iii) Zapišite opću 2×2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} -a & 2 \\ a+1 & a \end{pmatrix}$$

Pokažite da gornja matrica ima inverznu matricu za svaki realan broj a . (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)
- (ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)
- (iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = e^x$. (2 boda)
- (iv) Koja je veza između grafova dvaju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = 2^{-x}$ (precizan crtež). (2 boda)
4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)
- (ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x+2}$. (2 boda)
- (iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = -x^2 - 3x - 2$ u točki s prvom koordinatom $x = -3$ i predočite tu tangentu. (3 boda)
5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (3 boda)
- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
- (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)
- (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = \ln(x+2) - 2$. (2 boda)

1. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

(i) Provjerite komplanarnost ovih vektora. (6 bodova)

(ii) Nađite obujam paralelepipeda razapetog vektorima \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (4 boda)

2. Koristeći Gaussovu metodu riješite sustav

$$\begin{aligned}x - 2y + 2z &= 2 \\4x + 3y + 2z &= 7 \\x + y + z &= 3.\end{aligned}$$

(10 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-4}{3+x^2}$.

(i) Razvijte zadanu funkciju u Taylorov red oko nule. (4 boda)

(ii) Odredite područje konvergencije reda pod (i). (2 boda)

(iii) Odredite jednadžbu tangente na graf te funkcije u točki s apcisom jednakom 1. (4 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{e^x}{3x^3}$. Odredite:

(i) domenu i nultočke funkcije (2 boda)

(ii) asimptote (3 boda)

(iii) područja pada, rasta (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme (2 boda)

(v) područja konveksnosti, konkavnosti (3 boda)

(vi) točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)